

基于可见性约束的自动表面重构算法研究

郑顺义 江雷

(武汉大学遥感信息工程学院, 武汉 430079)

摘要 提出了一种基于可见性约束的自动表面重构算法。此算法首先介绍了一种通过插入法实现的 3 维 Delaunay 三角网自动重构算法, 然后利用给定的离散点, 构建包围所有点的凸包。在完成初始的 Delaunay 三角剖分基础上, 提出了利用特征点在影像中的可见性信息, 对初始的 3 维模型进行修正, 从而得到物体的实际表面模型。实验结果表明, 该方法是有用的。

关键词 Delaunay 算法 网格生成 四面体 凸包

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2006)10-1414-06

Research on Visibility Constrain Based Automatic Surface Model Reconstruction Algorithm

ZHENG Shun-yi, JIANG Lei

(School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan 430079)

Abstract This paper proposed a visibility constrain based automatic surface model reconstruction algorithm. This algorithm firstly introduced an automatic 3-dimensional Delaunay triangulated network modeling construction algorithm which is realized by insertion method, then constructed convex hulls enveloping all the known irregular points. On the base of initial Delaunay triangulated network, we proposed a new method of using the visibility information of feature points in images to calibrate the initial 3-dimensional model, and thus getting the actual surface model of object. The experiment results showed its reliability.

Keywords Delaunay algorithm, Mesh generation, tetrahedron, convex hull

1 引言

表示和描述物体的 3 维几何形状, 需要物体表面的信息, 即物体的表面模型, 而不是物体表面的点云。而利用几乎所有的测量方法测量物体的 3 维几何形状, 直接得到的都是 3 维离散点。如何通过测量得到的物体表面的 3 维离散点构建物体的 3 维表面模型, 是描述物体 3 维几何形状的一项重要的工作, 在文物保护、工业零件检测、医学等诸多领域都具有重要的意义。目前, 获取物体表面的 3 维点坐标数据有多种成熟的方法和手段, 比如摄影测量方法、工程测量方法和计算机视觉方法等等。但基于无组织 3 维点数据快速、准确地获取物体的 3 维几

何表面模型, 许多专家学者提出了很多的理论和算法, 仍然有诸多问题亟待解决。

2 维的三角形网格和 3 维的四面体网格具有较大的灵活性, 进而可以较好地逼近边界, 由此得到了广泛的应用。目前, 网格的自动生成算法已有很多^[1], 如: Delaunay 算法、八叉树法, 以及前沿推进法等。其中 Delaunay 算法具有最优的构网特性, 且已得到严格的数学推理与证明^[2-5]。在 2 维平面区域三角化中, Delaunay 三角剖分已经作为一种非常成熟可靠的方法得到广泛的应用。但 Delaunay 算法扩展到 3 维领域却遇到了诸多困难。在 3 维空间内, 点、边、面的管理及单元之间的相邻关系更加复杂, 单元重叠的可能性也更大, 而且不易检验, 给研究工作带来了较大的难度。同时, 在 3 维空间的

收稿日期: 2005-07-07; 改回日期: 2005-11-14

第一作者简介: 郑顺义(1973 ~), 男, 副教授。2000 年于北方交通大学获道路与铁道工程专业博士学位。主要研究方向为摄影测量与遥感、计算机视觉、虚拟现实、WebGIS 等。E-mail: syzheng@263.net

Delaunay 三角剖分过程中,2 维领域的 Delaunay 三角剖分所满足的最大最小角判据的对角线交换规则不再成立,且基于外接圆判据的 Delaunay 三角化一般也不能保证生成的网格质量^[6,7]。相对于 2 维领域的 Delaunay 三角剖分而言,目前 Delaunay 算法在 3 维领域内的研究成果还不够成熟。对如何解决 3 维空间内网格的生成这一问题,研究人员提出了许多方法,这些方法大致可以分为两类,其中一类就是 3 维问题 2 维化处理^[8,9],为了保证网格生成的可靠性,利用 2 维 Delaunay 三角剖分算法来完成构网操作;这种算法的关键就是如何把 3 维问题转化为 2 维问题处理,而不是真正意义上考虑 3 维 Delaunay 三角剖分算法,所以只能解决个别问题,其通用性很低;另外一类就是从研究 3 维 Delaunay 三角剖分算法出发。迄今为止已有不少算法被提出^[10],不过这些算法还是没能成为一种通用的算法,所以 3 维 Delaunay 三角剖分算法仍需继续完善。

本文以 Delaunay 算法为基础,设计了一种基于特征点的可见性信息的 3 维 Delaunay 分割算法,该算法可以根据给定的 3 维离散点自动生成任意物体的 3 维表面模型,可以是任意物体,包括具有凹陷的物体,实验结果证明该算法是有效的。

2 3 维 Delaunay 三角网的生成算法

表面重构的目的可以描述为:给定一个点集 X ,假设该点集在某个未知表面 U 上或附近,构建一个表面模型 S 近似地表示 U 。

给定 3 维空间内的 n 个点 $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 组成的点集,则存在一个区域(3 维空间),该区域内所有的点到 P_i 的距离比到集合内任何其他点的距离都要近,该区域称为 Voronoi 区域(Voronoi region)。 n 个点的 Voronoi 区域就把 3 维空间分割成许多不同的区域。Voronoi 区域间的分界,一般为多边形,这些多边形称为 Voronoi 面(Voronoi face)。6 个 Voronoi 面交于一点,该点称为 Voronoi 点。

对于该点集,当点 P_i 与 P_j 的 Voronoi 区域具有共同的 Voronoi 面时,则用线将点 P_i 与 P_j 连接,依此类推直到所有能连的点都连起来,就产生一个图形,这就是 Delaunay 图,其中的线称为 Delaunay 边。除了退化的情况之外,一般的 Delaunay 图由三角锥(四面体)构成。

如图 1 所示,图 1(a)是由 6 个 Voronoi 面形成的

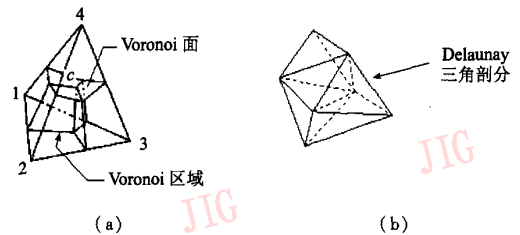


图 1 3 维 Voronoi 图与 Delaunay 三角网

Fig. 1 3D Voronoi graph and Delaunay Network

Voronoi 点及生成的对应的 4 个 Voronoi 区域,其中点 C 为 Voronoi 点,点 1,2,3,4 为物体上的特征点,图 1(b)图形是由三角锥构成的 Delaunay 三角网。

Voronoi 图基于欧几里德距离,将 3 维空间分割成各个点的势力圈。因此,Voronoi 面垂直平分两侧的点的连线。Voronoi 点一般连接 4 个 Voronoi 区域,与连接的 4 个区域的母点的距离相等。即 Voronoi 点为通过这些母点的球的球心。每个 Voronoi 点连接的区域一般为 4 个。如果有 5 个或 5 个以上的点在同一球面上,这种状态称为退化(Degeneracy)。这时,5 个以上的区域与一个 Voronoi 点相连。这些区域的母点连接而成的 Delaunay 图不是三角锥,而是包含 5 个面以上的多面体。退化的情况除外,只有 Delaunay 三角锥分割。当存在包含 5 个面以上的多面体的时候,必须将其分割成四面体。

通过以上的讨论可以知道,Delaunay 三角锥的外接球的内部,不应该包含其他的目标点(退化的情况,圆周上有 5 个及以上的目标点)。如果三角锥的外接球的内部,包含目标集中其他的目标点,这说明分割不彻底,还需要继续进行分割,直到任意三角锥的外接球的内部不再包含目标集中其他的目标点为止。通过上面的叙述可知,Delaunay 三角剖分的结果是包含所有目标点的凸包。模型凸包生成算法包括初始网格的生成,空腔的确定及 3 维 Delaunay 剖分。

2.1 初始网格的生成

在 Delaunay 三角剖分开始之前,首先要定义一个初始网格。初始网格是由一个足够大的四面体构成的,此四面体必须把所有目标点包含在内,一种简单直接的方法就是定义一个足够大的三角锥来包含所有的点并把此三角锥存入三角锥列表 T 中。也可以将初始网格定义为一个立方体来包含所有的目标点,再把此

立方体划分为多个三角锥存入三角锥列表 T 中。

2.2 空腔的确定及 3 维 Delaunay 剖分

包含一个空间点集的最小凸多面体称为这个空间点集的空腔。最初网格所定义的四面体也是一个包含所有目标点的凸包。在下面的算法中,每次取出一个点插入到已经生成的凸包,完成该点对应空腔的生成以及剖分,直到插入所有的点,最终实现了目标点集的 Delaunay 剖分,因此称为插入法。具体算法如下:

在目标点集中依次取点,每次只取一个点,执行如下操作,直至所有的点都被取完为止。

(1) 检查点 P_i 是否在三角锥列表 T 中各三角锥的外接圆内,把三角锥列表 T 中其外接球包含点 P_i 的三角锥 $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ 取出,且从三角锥列表 T 中删除。删除 $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ 之间的公共面,这样就形成了点 P_i 对应的空腔。

(2) 将 P_i 与 $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ 剩下的面(即 P_i 点空腔上的各个面)生成新的三角锥,并将生成的三角锥存放到三角锥列表 T 中去。

以上操作中,判断点 P_i 是否在三角锥的外接球内可通过如下方法实现。

给定三角锥的 4 个顶点,然后就可以计算出该三角锥的外接球的球心坐标及半径。设三角锥的 4 个顶点与球心坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x, y)$, 则下式成立:

$$\begin{aligned} (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2 \\ = (x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 + (z-z_j)^2 \\ i, j=1, 2, 3, i \neq j \end{aligned}$$

上式变形以后,得到

$$\begin{aligned} 2x(x_j - x_i) + 2y(y_j - y_i) + 2z(z_j - z_i) \\ = x_j^2 - x_i^2 + y_j^2 - y_i^2 + z_j^2 - z_i^2 \end{aligned}$$

于是,有 3 个独立的方程就可以解出圆心坐标:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \end{pmatrix}$$

然后,可以得到外接球的半径

$$R = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$$

计算点 P_i 与球心的距离 D , 与外接球的半径进行比较,若 D 大于半径 R , 则点 P_i 在三角锥的外接球内;若 $D = R$, 即点 P_i 在三角锥的外接球上,也就

是上面提到的“退化”情况(尽管这种情况在实际应用中几乎不可能存在)。由上面的讨论提出了“退化”情况的处理方法,即把多面体分割成四面体,在算法实施过程中,直接把出现 $D = R$ 的三角锥不作为形成点 P_i 的空腔的三角锥处理。通过此方式处理退化问题是符合算法要求的。

2.3 Delaunay 网格的最终生成

在完成以上操作后,就可以得到一个初始的 Delaunay 网格,由于确定初始网格时所添加的点不属于目标点,其目的只是为了辅助目标点生成 Delaunay 三角网,所以必须删除所有包含确定初始网格时所添加的点的三角锥。方法很简单,通过遍历三角锥列表 T 进行查找,如果有三角锥包含初始网格的顶点,则删除该三角锥。到此为止,即完成了 Delaunay 剖分。

3 基于影像中特征点的可见性信息的 Delaunay 三角化

从上面的叙述中,可以发现 Delaunay 三角化最终得到的是一个外表面为凸包的结果,对于物体不是凸的时候,比如具有凹面的时候,凹的部分就表现不出来。下面介绍根据目标点在影像上的可见性信息,对初始的 Delaunay 网格进行修正,以得到物体实际的表面模型。

基于影像的测量方法(包括摄影测量、计算机视觉等)是获取 3 维空间点的常用方法。对于通过影像计算出来的 3 维空间点,可以在这些影像上看到该空间点。如果视点与这些点的连线与某个三角锥相交,则删除该三角锥。原因是,除了透明的物体之外,如果这些三角锥存在,就不应该看到其后面的点,如图 2 所示,如果从视点可以看到点 A , 与线段 VA 相交的三角锥 $ABCD$ 就不应该存在。因此,对于各影像,将视点与该影像上能看到的点用线段连接,如发现与这些线段相交的三角锥,则删除。

加入特征点的可见信息等约束条件,可以删除一些不存在的三角锥,但是不能保证删除所有的不

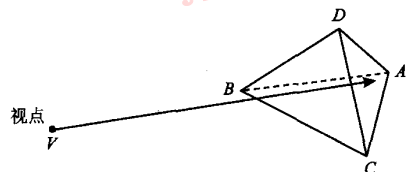


图 2 三角锥可见性判断

Fig. 2 Visibility of tetrahedron

存在的三角锥。一般情况下,特征点比较多,以及目标模型的影像也比较多时,实际中不存在的三角锥在这里被删除的可能性就大。有时,除了特征点之外,边的可见性信息也可以用。

根据以上原则,可以确定如下的算法:

在序列影像集中依次取出影像执行如下操作,直到所有的影像被处理完为止。

(1) 找出第 i 张影像中的特征点 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 依次对每个特征点进行操作, 每次只取出一个特征点 p_i , 在三角锥列表中找出包含该特征点 p_i 的所有三角锥 $\{T_1^i, T_2^i, \dots, T_n^i\}$ 。

(2) 生成该特征点 p_i 与视点之间的线段方程, 依次判断该线段是否与 $\{T_1^i, T_2^i, \dots, T_n^i\}$ 的各面存在交点, 若存在就删除该三角锥, 否则保存。

将 Delaunay 三角化获取的初始网格, 通过基于上述可见性约束的修正之后, 就可以得到物体实际的 3 维网格, 提取该网格表面的三角形, 就得到物体的表面模型。利用该方法不仅可以处理凸的物体, 而且可以处理凹的物体, 是一种比较通用的方法。

4 实验

为了说明上述方法的有效性, 进行了两个实验, 其中被重建物体均是积木堆积起来的不同形状的模型, 物体表面的特征点个数均为 36 个, 特征点的 3 维坐标通过摄影测量的方法计算得到, 采用的序列影像均为 25 张, 在测量特征点 3 维坐标的同时, 记录了每个特征点在每张照片上的可见性信息。

有了特征点的空间坐标, 通过对目标数据进行

分析, 定义作为初始网格的四面体。进而完成目标点 Delaunay 剖分。

采用摄影测量的方法不仅可以获取目标物体表面特征点的空间坐标, 而且可以很容易地获得基于影像中特征点的可视性信息的 Delaunay 剖分算法所需要的序列影像的视点坐标及影像上可视的特征点信息。但在选择每张影像上可视的特征点时, 应结合模型表面特征进行选择, 不宜过多。

实验 1 目标物体为一积木堆积模型, 特征点数 36, 序列影像 25 张。如图 3 所示, 为 25 张序列影像中的 10 张影像。由这 10 张上特征点的表现, 可知 25 张序列影像完全可以表现出所有目标点, 同时也为目标物体的表现提供了很好的约束条件。

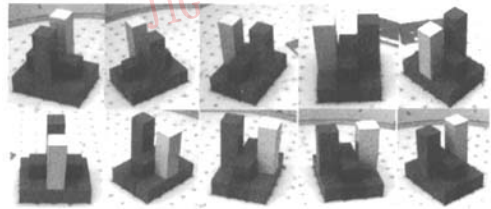
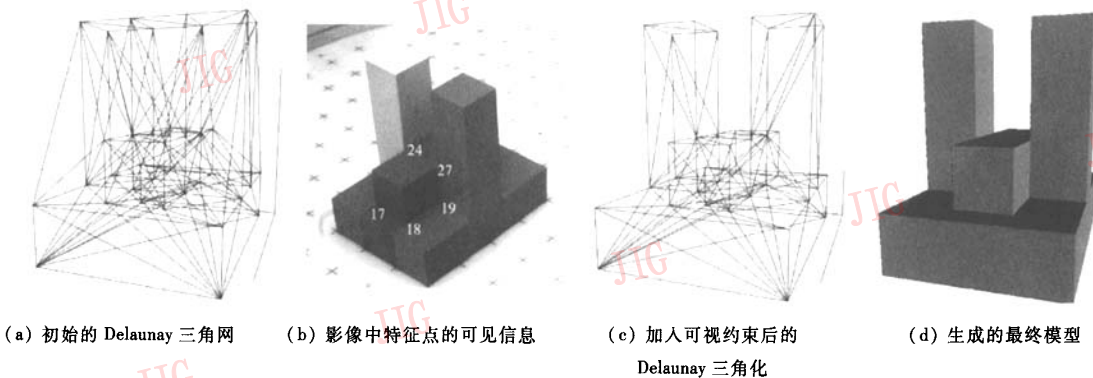


图 3 实验 1 所用的原始影像

Fig. 3 Original image used in test 1

图 4(a) 表现了特征点的 3 维 Delaunay 剖分图, 图 4(b) 则表现了实验 1 中某张影像上可视的特征点, 图 4(c) 表现了在加入影像中特征点的可视性信息后, 完成的 Delaunay 剖分。图 4(d) 表现则是完成基于影像中特征点的可视性信息的 Delaunay 剖分后, 删除模型内部的三角形(连接三角锥与三角锥的三角形), 只留下模型表面的三角形, 就得到物体的表面模型。加入光照的条件下所获得的效果。



(a) 初始的 Delaunay 三角网

(b) 影像中特征点的可见信息

(c) 加入可视约束后的

(d) 生成的最终模型

Delaunay 三角化

图 4 实验 1 的结果

Fig. 4 Result of test 1

实验 2 目标物体为一积木堆积模型,特征点数 36,序列影像 25 张。如图 5 所示为 25 张序列影像中的 10 张影像。实验结果如图 6 所示。

在以上两个实验中,通过对三角锥列表中三角锥依次进行操作,计算每个三角锥对应的 4 个面的法向量,确保三角锥的每个面的法向量是指向三角锥外部的,在 OpenGL 中加入光照后,实验 1,实验 2 分别得到图 4(d)与图 6(d)效果。

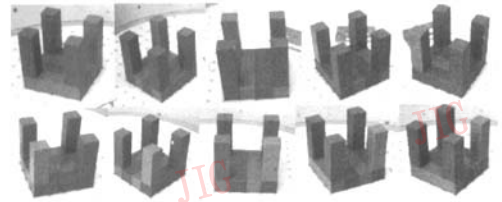
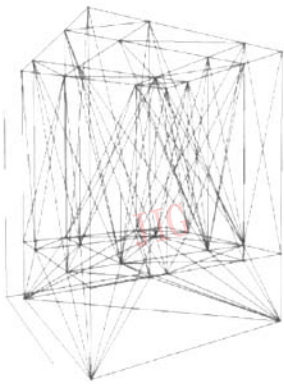
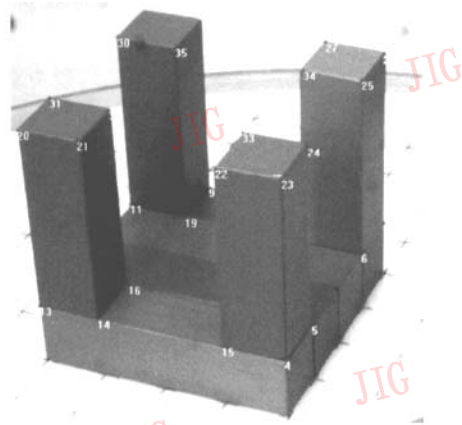


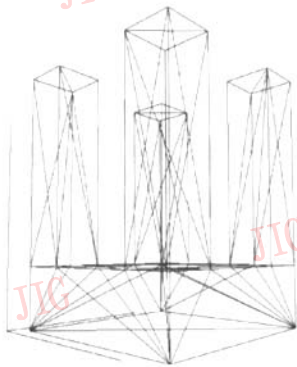
图 5 实验 2 中所用的原始影像
Fig. 5 Original images used in test 2



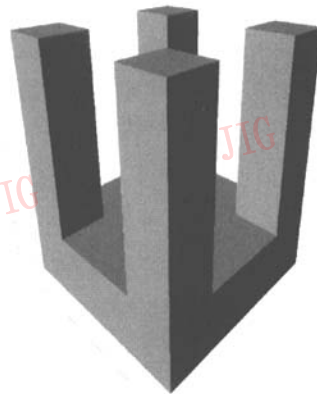
(a) 初始的 Delaunay 三角网



(b) 影像中特征点的可见信息



(c) 加入可视约束后的 Delaunay 三角化



(d) 生成的最终模型

图 6 实验 2 的结果
Fig. 6 Result of test 2

由实验 1,2 生成的模型结果与原始模型相片对照,可以看到实验 1,2 是成功的。两个实验表明对于不同的对象,只要可以提供足够的约束信息,该算法就都可以得出正确的结果。

5 结论

本文提出一种基于可见性约束的自动表面重构

算法。首先,通过推导出三角锥的外接球的球心坐标表达式,获得包围目标点的凸包,进而完成对目标点的 Delaunay 三角剖分。然后基于影像中特征点的可见性信息对初始的 3 维网格进行修正,得到物体的准确的 3 维表面模型。通过实际数据验证,该方法是有有效的,正确的。

参考文献 (References)

- 1 Ho-Le K. Finite element mesh generation methods: a review and classification[J]. Computer-Aided Design, 1988, 20(1):27~37.
- 2 Miles R E. Solution to Problem 67-15(Probability Distribution of a Network of Triangles)[J]. SIAM, 1969, 11(3):399~402.
- 3 Sibson R. Locally equiangular triangulations[J]. Computer Journal, 1978, 21(3): 243~245.
- 4 Lingas A. The greedy and Delaunay triangulations are not bad in the average case[J]. Information Processing Letters, 1986, 22(1):25~31.
- 5 Tsai V J D. Delaunay triangulations in TIN creation: an overview and linear-time algorithm[J]. International Journal of GIS, 1993, 7(6): 501~524.
- 6 Joe B. Delaunay triangular meshes in convex polygons [J]. SIAM Journal of Scientific Computing, 1986, 7(2):514~539.
- 7 Joe B. Delaunay versus max-min solid angle triangulation for three-dimensional mesh generation [J]. International Journal of Number Methods in Engineering, 1991, 31(1):987~997.
- 8 Zheng Shun-yi, Su Guo-zhong, Zhang Zu-xun. Automatic reconstruction of 3D surface model with 3D irregular points based on projection constrain [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2005, 30(2):154~157. [郑顺义, 苏国中, 张祖勋. 三维点集的自动表面重构算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2005, 30(2):154~157.]
- 9 Ji Feng-xin, Ou Zong-ying, Qin Xu-jia, et al. An algorithm of reconstructing 3D surface from discrete data of layered images based on delaunay triangulation [J]. Journal Of Engineering Graphics, 2001, 22(2): 53~58. [纪凤欣, 欧宗瑛, 秦绪佳等. 基于 Delaunay 三角剖分的层析图像离散数据表面重建算法[J]. 工程图学学报, 2001, 22(2): 53~58.]
- 10 Cui Han-guo, Hu Rui-an, Jin Rui-feng. Delaunay triangulation of arbitrarily shaped cubic domains [J]. Journal of Computer Aided Design and Graphics, 1995, 7(2):103~108. [崔汉国, 胡瑞安, 金瑞峰. 3 维任意区域中点集的三角剖分算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1995, 7(2):103~108.]